**Aufgabe 1 (Olympiadeaufgabe 450435)**

Die Schlüsselsuche

Tom hat fünf Schlüssel, die zu fünf verschiedenen Schranktüren passen, durcheinandergebracht. Er weiß aber, dass jeder Schlüssel nur an einen Schrank passt.

Tom hat Pech und braucht die größtmögliche Anzahl an Versuchen, bis er wieder jeden Schlüssel in seinem Schloss hat.

Bestimme die Anzahl der Versuche.

**Lösungsvorschlag:**

Im ungünstigsten Fall muss er jeden Schlüssel im ersten Schloss ausprobieren, also 5 Versuche. Für das nächste Schloss bleiben ihm noch vier Schlüssel, die er im ungünstigsten Fall ausprobieren muss, usw.

Die Anzahl der Versuche kann wie folgt aufgelistet werden.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Schrank | A | B | C | D | E | Summe |
| Versuche | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 15 |

Er braucht im ungünstigen Fall 15 Versuche.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

In der Musterlösung wird die Strategie verwendet, sich zunächst für ein Schloss zu entscheiden und dazu den passenden Schlüssel zu suchen. Es ist auch möglich, zunächst willkürlich einen Schlüssel zu wählen und damit alle Schlösser, zu denen noch kein Schlüssel gefunden wurde, durchzuprobieren.

Zur Unterstützung der Lösungsfindung können 5 verschiedene, gleich aussehende Vorhängeschlösser mit passenden Schlüsseln mitgebracht werden. Die Schülerinnen und Schüler spielen die Situation durch und dokumentieren, wie viele Versuche sie jeweils benötigt haben. Ein gefundener Schlüssel bleibt in dem passenden Schloss stecken, so dass die Anzahl der noch auszuprobierenden Schlüssel sich ständig verringert.

Ersatzweise können die Hilfematerialien in der Datei „<Kombinatorisches_Zählen_Hilfe_1.docx>“ verwendet werden. Die Schlüsselkarten sind dabei zweiseitig bedruckt. Auf der Vorderseite ist jeweils das gleiche Schlüsselsymbol zu sehen. Die Schülerinnen und Schüler ziehen eine Schlüsselkarte, drehen sie um und erkennen, ob sie zu dem Schloss passt. Sobald eine passende Karte gefunden worden ist, werden die restlichen Karten neu gemischt und wieder den Schülerinnen und Schülern zum Ziehen hingehalten. Damit wird die Strategie der Musterlösung simuliert.

Mit beiden Hilfsangeboten können die Schülerinnen und Schüler durch das praktische Durchführen auf die Idee kommen, wie der ungünstigste Fall aussieht.

**Aufgabe 2 (Olympiadeaufgabe 490533)**

Markus und Tobias gehen beide in die gleiche Klasse. Sie betrachten ihren neuen Stundenplan und denken über Möglichkeiten nach, für die Unterrichtsstunden eines Tages eine andere Reihenfolge zu finden.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Montag*** | ***Dienstag*** | ***Mittwoch*** | ***Donnerstag*** | ***Freitag*** |
| Sachkunde | Deutsch | Sport | Deutsch | Religion |
| Sachkunde | Musik | Mathematik | Deutsch | Mathematik |
| Mathematik | Sport | Religion | Musik | Mathematik |
| Deutsch | Mathematik | Sachkunde | Sport | Musik |

1. Markus meint: „Eine Doppelstunde Sachkunde ist o.k. und soll bleiben.“ Bestimme, wie viele Möglichkeiten gibt es dann, den Montagsplan zu gestalten.
2. Markus meint: „Mathematik ist am Dienstag in der letzten Stunde. Das ist anstrengend und soll geändert werden.“ Bestimme, wie viele Verteilungen für diesen Tag sind möglich, wenn Mathematik nicht in der letzten Stunde liegen soll.
3. Tobias sieht, dass es am Mittwoch alles Einzelstunden sind. Er hätte auch nichts gegen Mathematik in der letzten Stunde, und sagt deswegen zu Markus: „O je, sind das viele Möglichkeiten.“ Bestimme, wie viele mögliche Stundenverteilungen es für den Mittwoch gibt.
4. Tobias untersucht den Donnerstag. Bestimme, wie viele Möglichkeiten es für die Verteilung gibt, wenn die Deutschstunden nicht hintereinander liegen sollen.
5. Am Freitag schließlich, so meint Markus, sollte die Doppelstunde Mathematik bleiben, aber sie sollte nicht von der großen Pause nach der zweiten Stunde unterbrochen werden. Bestimme, wie viele Möglichkeiten es dann für den Freitagsplan gibt.

**Lösungsvorschlag:**

1. Nach Markus´ Vorstellungen kann die Doppelstunde Sachkunde in der 1. und 2. Stunde, in der 2. und 3. Stunde oder in der 3. und 4. Stunde liegen. Für die Fächer Mathematik und Deutsch bleiben dann jeweils 2 Anordnungsmöglichkeiten. Es insgesamt (3 ∙ 2 =) 6 Möglichkeiten.
2. Mathematik kann nach Markus´ Vorstellungen in der ersten, zweiten oder dritten Stunde liegen, und für die anderen drei Fächer gibt es dann jeweils (3 ∙ 2 ∙1 =) 6 Möglichkeiten der Anordnung, da es für die erste noch freie Stunde drei Möglichkeiten und für die zweite freie Stunde sind es noch zwei Möglichkeiten und für die dritte unbelegte Stunde bleibt nur noch ein Fach übrig. Also sind es insgesamt. (3 ∙ 6 =) 18 Möglichkeiten.
3. Da es am Mittwoch vier verschiedene Fächer sind, hat man für die erste Stunde die Auswahl zwischen vier, für die zweite Stunde zwischen drei, für die dritte Stunde bleiben nur noch zwei Fächer zur Auswahl und somit bleibt für die letzte Stunde nur noch ein Fach übrig. Demzufolge sind es (4 ∙ 3 ∙ 2 ∙1 =) 24 verschiedene Möglichkeiten.
4. Da nach Tobias´ Vorstellung die Deutschstunden nicht hintereinander liegen sollten, können sie nur in der ersten und dritten Stunde, in der ersten und vierten Stunde und in der zweiten und vierten Stunde liegen. Für die Fächer Musik und Sport bleiben jeweils zwei Anordnungsmöglichkeiten, so dass es für den Freitag (3 ∙ 2 =) 6 Möglichkeiten, den Stundenplan am Donnerstag zu gestalten.
5. Unter Einbeziehung von Markus´ Aussagen kann die Mathematikstunde dann nur noch in der 1. und 2. Stunde oder in der dritten und vierten Stunde liegen. Wiederum gibt es für die beiden Fächer Religion und Musik jeweils nur noch zwei Anordnungsmöglichkeiten, so dass es für den Freitag (2 ∙ 2 =) 4 verschiedene Möglichkeiten gibt, den Stundenplan zu gestalten.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

In der Datei „<Kombinatorisches_Zählen_Hilfe_2.docx>“ befinden sich eine Stundenplanvorlage und Kärtchen mit den Fächernamen. Damit können die Schülerinnen und Schüler Pläne nach den Vorgaben der Aufgabenteile legen.

**Aufgabe 3 (Olympiadeaufgabe 380621)**

In einer Bank gibt es die drei Schalter 1, 2 und 3. Noch ist keiner geöffnet.

1. Frau Alberts, Herr Braun, Herr Conrad und Frau Dreesen kommen kurz nacheinander in die Bank. Jeder stellt sich an einem derjenigen Schalter an, an dem die wenigsten Personen vor ihm warten.

Bestimme, wie viele Möglichkeiten es hierbei für die Anordnung der Personen an den Schaltern gibt.

1. Bestimme, wie viele Möglichkeiten der Anordnung es gibt, wenn auch noch Herr Ehlers vor Schalteröffnung kommt und sich entsprechend anstellt.
2. Ermittle, wie viele Möglichkeiten es gibt, wenn sich 8 Personen an den drei Schaltern anstellen.

**Lösungsvorschlag:**

1. Frau Albers hat die Wahl zwischen drei leeren Schaltern, Herr Braun zwischen zweien, Herr Conrad wählt den einen freien Schalter. Frau Dreesen wiederum hat die Wahl zwischen drei Schaltern mit je einem Kunden. Also gibt es 3⋅2⋅1⋅ 3 = 18 Möglichkeiten.
2. Für Herrn Ehlers ist die Situation entsprechend zur Situation von Herrn Braun: Er kann sich zwischen zwei Schaltern mit je einem wartenden Kunden entscheiden: 18 ⋅ 2 = 36.
3. Die Idee bleibt gleich, also 3⋅2⋅1⋅3⋅2⋅1⋅ 3⋅2 = 216

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Die Situation dieser Aufgabe kann gut im Klassenraum „nachgespielt“ werden. Dies kann auch dem besseren Verständnis der Aufgabenstellung dienen, da die Formulierung „an dem die wenigsten Personen warten“ manchmal den Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten bereitet, wenn an allen Schaltern die gleiche Anzahl wartet.

Drei Stühle können als drei Schalter gewählt werden, und dann können drei bzw. vier Schüler/innen die Situation der Aufgabe nachspielen, und die Möglichkeiten können an der Tafel festgehalten werden.

Weitere Anregungen zu praktischen Übungen aus dem Bereich der Wahrscheinlichkeit und weiteren Bereichen der Mathematik finden sich in: Martin Kramer, Mathematik als Abenteuer, Köln 2008.

**Aufgabe 4 (Olympiadeaufgabe 500522)**

Merle und Mira betrachten auf der Wiese Marienkäfer und stellen fest, dass nicht alle die gleiche Anzahl von Punkten haben. Immer aber sind die Punkte auf den beiden Flügeln spiegelgleich angeordnet.

Für ihren Mathematikklub erfinden sie eigene Marienkäfer, die auch *ungleiche* Anzahlen von Punkten auf den beiden Flügeln haben können; aber jeder Flügel hat mindestens einen Punkt und höchstens sechs. Es gibt auch keine „geteilten“ Punkte. Da man bei Marienkäfern linke und rechte Flügel unterscheiden kann, soll der der (6/1) – Marienkäfer ein anderer sein als der (1/6) – Marienkäfer; der (6;1) – Marienkäfer hat auf dem linken Flügel sechs Punkte und auf dem rechten Flügel einen Punkt.

1. Bestimme, wie viele verschiedene Marienkäfer sich die Mädchen ausdenken können, wenn die Summe der Punkte auf beiden Flügeln zusammen nicht größer als 6 sein soll.
2. Marie malt zwei Marienkäfer, zeigt sie aber Mira nicht. Sie sagt ihr nur: „Zusammen haben beide Käfer 11 Punkte, und beim ersten Käfer habe ich auf den linken Flügel sechs Punkte gezeichnet.“ Ermittle, welche Paare von Käfern Merle gezeichnet haben kann.

**Lösungsvorschlag:**

1. Es gibt folgende Käfer:

(1/1) (1/2) (1/3) (1/4) (1/5)

(2/1) (2/2) (2/3) (2/4)

(3/1) (3/2) (3/3)

(4/1) (4/2)

(5/1)

Zusammen sind dies also (5 + 4 + 3 + 2 + 1 =) 15 verschiedene Käfer.

1. Da von den vier Flügeln einer feststeht (der 6 Punkte trägt) und insgesamt genau 11 Punkte vorhanden sind, können folgende Möglichkeiten auftreten:

(6/1) und (3/1) (6/1) und (2/2) (6/1) und (1/3)

(6/2) und (2/1) (6/2) und (1/2)

(6/3) und (1/1)

Zusammen sind dies also (3 + 2 + 1 =) 6 Möglichkeiten.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

In der Datei „<Kombinatorisches_Zählen_Hilfe_3.docx>“ werden gezeichnete Marienkäfervorlagen angeboten, in die die Punkte eingezeichnet werden können. Die kleinen Vorlagenbilder sind für das Probieren der Schülerinnen und Schüler gedacht. Wenn bei der Besprechung ein Schwerpunkt auf die systematische Behandlung aller Fälle gelegt wird, können die großen Vorlagen in geeigneter Reihenfolge an der Tafel angeheftet werden.

**Aufgabe 5 (Olympiadeaufgabe 460622)**

Um am Geldautomaten der Mathematik Geld zu erhalten, muss man eine Geheimzahl eingeben, die aus drei Ziffern besteht (z.B. 023) und die dem Kunden vorher bekannt gegeben wurde.

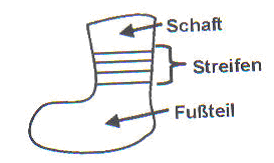
Nach zwanzig falschen Eingaben wird das Konto gesperrt und man kann kein Geld mehr abheben.

Leider hat Herr Krause seine Geheimzahl vollständig vergessen.

1. Bestimme, wie viele verschiedene Geheimzahlen er am Geldautomaten maximal probieren müsste, damit mit Sicherheit die richtige dabei ist.
2. Herr Krause ruft Frau Krause an. Frau Krause fällt ein, dass genau zwei der drei Ziffern gleich waren. Ermittle, wie viele verschiedene Geheimzahlen Herr Krause nun im ungünstigsten Fall probieren müsste, wenn seine Frau Recht hat.
3. Tochter Anke hört dem Telefongespräch zu. Sie weiß sogar noch, dass die Ziffer 9 zweimal auftritt und die beiden Ziffern 9 aufeinander folgen. Erkläre, ob Herr Krause unter Berücksichtigung dieser Information mit Sicherheit Geld am Bankautomaten erhalten kann.

**Lösungsvorschlag:**

1. Es gibt für jede Stelle 10 Möglichkeiten, eine Ziffer einzusetzen, also insgesamt   
   (10 ∙ 10 ∙10 =) 1000.
2. Genau zwei Ziffern sollen gleich sein und eine muss abweichen. Für die doppelt auftretende Ziffer gibt es 10 Möglichkeiten, für die abweichende damit noch 9 Möglichkeiten. Da die abweichende Ziffer an erster, zweiter oder dritter Stelle stehen kann, gibt es für jede Paarung von Ziffern noch drei Möglichkeiten der Anordnung. Insgesamt gibt es also  
    (3 ∙ 10 ∙ 9 =) 270 Möglichkeiten.
3. Das Paar gleicher Ziffern sind jetzt sicher die Neunen. Für die abweichende Ziffer gibt es 9 Möglichkeiten (Ziffer 0 bis 8). Diese abweichende Ziffer kann erster oder letzter Stelle stehen, da die Stellungsmöglichkeit 9 – 9 ausscheidet. Insgesamt sind also noch 18 Geheimzahlen möglich. Da der Automat erst nach zwanzig falschen Eingaben gesperrt wird, ist eine richtige Eingabe in jedem Falle zu erreichen.

**Aufgabe 6 (Olympiadeaufgabe 480615)**

Oma Streifstrumpf strickt für Peppi neue Socken. Peppi hat drei Lieblingsfarben und zwar rot, gelb und blau, die alle in den drei Streifen vorkommen sollen.

1. Die Oma hat Wolle in diesen drei Farben gekauft. Sie überlegt, wie der Streifenteil aussehen kann. Bestimme, wie viele verschiedene Möglichkeiten die Oma für den Streifstrumpf hat.
2. Fußteil und Schaft sollen jetzt die gleiche Farbe bekommen, aber die drei Streifen sollen erkennbar sein. Ermittle, wie viele verschiedene Socken, die Oma jetzt aus den drei Farben stricken kann.
3. Peppi entdeckt noch lila Wolle in Omas Strickkiste, und sie möchte jetzt Socken mit vier Streifen mit den vier Farben lila, rot, gelb und blau. Oma weiß, dass die Socken von Peppi immer ziemlich dreckig werden und will Fußteil und Schaft nun in schwarz stricken. Diese Wollfarbe hat sie immer in ihrer Strickkiste.

Bestimme, wie viele verschiedene Socken die Oma jetzt für Peppi stricken kann.

1. Peppi wird jetzt noch anspruchsvoller. Sie sagt: „Gut, Oma, der Fußteil kann schwarz sein. Aber dann bitte nur drei Streifen und den Schaft. Und diese Teile aus den vier Farben rot, gelb, blau und lila. Und, bitte, immer da, wo etwas aneinander stößt, wechsle die Farbe.“ Oma seufzt und stöhnt. Überlege, ob ihr Seufzen berechtigt ist.

**Lösungsvorschlag:**

1. Folgende Kombinationen sind möglich:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1. Streifen | rot | rot | gelb | gelb | blau | blau |
|  | 2. Streifen | gelb | blau | blau | rot | rot | gelb |
|  | 3. Streifen | blau | gelb | rot | blau | gelb | rot |

Es gibt 6 Möglichkeiten.

Alternativer Lösungsweg: Der obere Streifen kann in den Farben rot, gelb oder blau gestrickt werden. Für den zweiten Streifen bleiben dann jeweils die restlichen zwei Farben zur Auswahl und für den dritten Streifen jeweils nur eine Farbe. Also (3 ∙ 2 ∙1 =) 6 Möglichkeiten.

1. Es kann immer nur die mittlere Farbe der Streifen für den Schaft und für den Fußteil benutzt werden, denn sonst wären die drei Streifen nicht sichtbar. Aber dies ist keine Einschränkung, also bleibt die Anzahl der Möglichkeiten gleich.
2. Es stehen jetzt vier Farben für den oberen Streifen zur Verfügung. Für den zweiten Streifen kann man jeweils unter drei Farben auswählen, bei dritten Streifen jeweils unter zwei Farben und beim untersten Streifen hat man jeweils nur noch die vierte Farbe übrig. Es sind also (4 ∙ 3 ∙ 2 ∙1 =) 24 Möglichkeiten.
3. Omas Seufzen ist berechtigt. Für den unteren Streifen kann sie die Farbe frei wählen, sie hat also vier Möglichkeiten. Für den Streifen darüber kann sie aus drei Farben wählen, denn er soll sich ja farblich vom unteren Streifen unterscheiden. Das gleiche gilt für den oberen Streifen und dann für den Schaft. So ergeben sich (4 ∙ 3 ∙ 3 ∙ 3 =) 108 Möglichkeiten, um Peppis ausgefallene Wünsche zu erfüllen.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

In der Datei „<Kombinatorisches_Zählen_Hilfe_4.docx>“ werden Vorlagen angeboten, die die Schülerinnen und Schüler entsprechend den Farben des Strumpfes ausmalen können, um die verschiedenen Möglichkeiten darzustellen.

**Aufgabe 7 (Olympiadeaufgabe 490612)**

Annabella feiert nächsten Monat ihren Geburtstag und hat über viele Wochen gleich große leere Konservendosen gesammelt. Die Dosen sind oben offen und haben keine Beschriftung mehr.

Damit die Dosen schöner aussehen, möchte Annabella drei Streifen auf die Dosen malen und zwar so, dass der Boden und der daran grenzende unterste Streifen nicht die gleiche Farbe haben und nebeneinander liegende Streifen auch nicht. Natürlich sollen alle Streifen und auch der Boden bemalt werden.

1. Annabella findet zu Hause nur die Farben rot und blau. Ermittle, wie viele Dosen sie unterschiedlich bemalen kann.
2. Annabellas Mutter findet noch einen Topf in gelber Farbe. Bestimme, wie viele Dosen sie nun unterschiedlich bemalen kann, wenn sie nicht immer alle Farben verwenden muss.
3. Bisher sind alle Dosen zwei- oder dreifarbig. Der Nachbar bringt noch die Farbe grün vorbei, und Annabella kann weitere Dosen bemalen. Diesmal sollen alle Streifen verschiedene Farben haben. Berechne, wie viele Dosen sie nun bemalen kann.
4. Annabella ist nun fertig und hat eine ganze Menge Dosen bemalt. Als sie ihre Dosen betrachtet, stellt sie fest: „Oh, jede Dose sieht anders aus, aber es gibt zweifarbige, dreifarbige und vierfarbige Dosen.

Wie viele zweifarbige Dosen gibt es? Wie viele sind dreifarbig? Und wie viele vierfarbig?

1. Zusatzaufgabe:   
   Annabelle möchte aus ihren Dosen eine neunstufige Pyramide aufbauen. (Im nebenstehenden Bild ist eine zweistufige Pyramide dargestellt.) Erkläre, ob die Anzahl ihrer Dosen reicht, um diese Pyramide aufzubauen.

**Lösungsvorschlag:**

1. Es gibt nur zwei Möglichkeiten:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Boden | rot | blau |
|  | 1. Streifen | blau | rot |
|  | 2. Streifen | rot | blau |
|  | 3. Streifen | blau | rot |

1. Nun stehen drei Farben zur Verfügung, d.h. man kann den Boden mit drei unterschiedlichen Farben bemalen und hat dann jeweils für den 1. Streifen zwei Farben zur Auswahl, für den zweiten Streifen wiederum zwei Farben und für den dritten Streifen auch. Also sind es insgesamt (3 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 =) 24.
2. Es sind vier Bereiche (Boden und drei Streifen) zu bemalen, und es sollen alle vier Farben verwendet werden. Für den Boden kann sie 4 Farben wählen, für den unteren Streifen dann noch 3 usw. Es gibt (4 ∙ 3 ∙ 2 ∙1 =) 24 verschiedene Möglichkeiten für das vierfarbige Bemalen der Dosen.
3. Alle zwei- und dreifarbigen Dosen haben nur die Farben Rot, Blau und Gelb. Die Anzahl der zweifarbigen Dosen ist leicht zu ermitteln: Wenn der Boden eine der drei Farben aufweist, so muss der angrenzende 1. Streifen eine der beiden anderen Farben haben, und die anderen beiden Streifen sind in ihrer Farbe festgelegt. Also gibt es (3 ∙2 =) 6 zweifarbige Dosen.

Da Annabella bis zum Ende von Teil b) 24 Dosen bemalt hat, müssen von diesen 18 dreifarbig sein.

Weiterhin wissen wir aus Teil c): 24 Dosen sind vierfarbig.

1. Für eine neunstufige Pyramide benötigt man (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 =) 45 Dosen.

Aus den Aufgabenteilen a) bis c) ergibt sich, dass Annabella (24 + 24 =) 48 Dosen bemalt hat.

Also reichen die 48 Dosen, die Annabella bisher bemalt hat, für die neunstufige Pyramide.

**Aufgabe 8 (Olympiadeaufgaben 450513 und 450633)**

1. Eine Treppe hat 12 Stufen. Auf jeder Stufe liegen viele Erbsen. Ganz oben wird eine Erbse in Bewegung gesetzt und rollt über die Kante.

Jede Erbse, die einmal rollt, rollt bis ganz unten. Jedes Mal, wenn eine Erbse über eine Kante rollt, setzt sie auf der nächsten Stufe zusätzlich eine Erbse in Bewegung.

Bestimme, wie viele Erbsen unten insgesamt ankommen.

2. Jetzt habe die Treppe vierzehn Stufen und jede Erbse, die zum ersten Mal über eine Stufe rollt, setzt auf der nächsten Stufe zwei weitere Erbsen in Bewegung. Sie bleibt dann auf der übernächsten Stufe liegen, ohne dort noch einmal Erbsen in Bewegung zu setzen. Oben beginnt das Ganze mit einer rollenden Erbse.

1. Gib an, wie viele Erbsen auf der 1., 2., 3. und 4. Stufe (von oben gezählt) ankommen.
2. Bestimme, wie viele Erbsen unten ankommen.
3. Ermittle, wie viele Erbsen unten ankommen würden, wenn die Treppe 20 Stufen hätte.
4. Überlege, ob es eine allgemeine Formel gibt für eine noch längere Treppe mit *n* Stufen.

**Lösungsvorschlag:**

1. Von der ersten Stufe (jeweils von oben) rollt eine Erbse los. Also wird auf der zweiten Stufe eine zusätzliche Erbse in Bewegung gesetzt. Auf der dritten Stufe kommen also zwei Erbsen an, damit rollen vier Erbsen los, die auf der vierten Stufe ankommen, damit rollen 8 Erbsen weiter: 23 = 8.

Damit rollen nach der 12. Stufe 211 = 2048, und so viele kommen unten an.

2. Nennen wir die Zahl der Erbsen, die auf der n-ten Stufe ankommen, En .

1. Auf der ersten Stufe kommt eine Erbse von oben an. Also E1 = 1.

Zugleich setzen sich zwei Erbsen in Bewegung.

Die Erbse von ganz oben erreicht die zweite Stufe, außerdem kommen hier auch die auf der 1. Stufe angestoßenen Erbsen an. E2 = 1 + 2 = 3.

Die Erbse von oben bleibt liegen; zugleich setzen sich (2 ⋅ 2 =) 4 neue Erbsen in Bewegung.

Auf der 3. Stufe kommen die beiden Erbsen von der 1. Stufe an und die vier neuen von der zweiten Stufe. Also E3 = 2 + 4 = 6.

Die zwei Erbsen von der 1. Stufe bleiben liegen; (4 ⋅ 2 =) 8 neue Erbsen setzen sich in Bewegung.

Auf der 4. Stufe kommen die vier Erbsen von der 2. Stufe und die 8 neuen Erbsen an. E4 = 4 + 8 = 12.

Die vier Erbsen von der zweiten Stufe bleiben liegen, (8 ⋅ 2 =) 16 neue Erbsen setzen sich in Bewegung.

Auf jeder der folgenden Stufen verdoppelt sich die Zahl der angekommenen Erbsen weiter.

1. Demzufolge kommen E14 = 210 ⋅ E4 = 1024⋅12 = 12288 Erbsen unten an.
2. Bei einer Treppe mit 20 Stufen würden E20 = 26 ⋅ E14 = 64 ⋅ 12288 = 786432 Erbsen ankommen.
3. Die allgemeine Formel für ankommende Erbsen lautet für n > 1 : En = 3 ⋅ 2n-2.