Mit Einführung der Kernlehrpläne gehören das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV), der größte gemeinsame Teiler (ggT) und die Primfaktorzerlegung nicht mehr zu den verbindlichen Inhalten des Mathematikunterrichts. Viele Aufgaben lassen sich jedoch einfacher und strukturierter lösen, wenn Schülerinnen und Schüler auf die Kenntnisse über das kgV, den ggT und die Primfaktorzerlegung zurückgreifen können.

In diesem Modul geht es also neben den aus dem Unterricht noch bekannten Teilbarkeitsregeln um die Begegnung mit dem kgV, der Primfaktorzerlegung und dem ggT.

Anknüpfend an die Kenntnisse der Schülerinnen und Schüler beginnt das Modul mit drei Aufgaben, die das Anwenden von Teilbarkeitsregeln zur Konstruktion von Zahlen aus vorgegebenen Ziffern erfordern.

Mit Aufgabe 4 kann dann das kgV eingeführt werden. Ist es bekannt, kann die Aufgabe systematisch gelöst werden.

Aufgabe 5 greift dann die Primfaktorzerlegung auf. Sie wird zu Beginn der Aufgabenstellung kurz erklärt und muss zur Lösung der Aufgabe herangezogen werden. Zur Lösung der Aufgaben 6 und 7 soll sie dann noch einmal herangezogen werden.

Aufgabe 8 setzt das Wissen über den ggT und Quadratzahlen voraus. Diese Aufgabe ist für Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 5/6 sehr schwierig und sollte nur bei leistungsstarken Gruppen eingesetzt werden.

Zeitlicher Umfang**:** Dieses Modul ist für zwei bis vier Unterrichtsstunden geeignet.

**Aufgabe 1 (Olympiadeaufgabe 490621)**

Annika hat vier Karten, auf denen jeweils eine der Primzahlen 2, 3, 5 und 7 steht. Sie will mit diesen Karten Zahlen bilden und dabei eine oder mehrere Karten benutzen. In einer zu bildenden Zahl darf keine Karte mehrfach benutzt werden.

1. Bestimme alle durch 4 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
2. Bestimme alle durch 6 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
3. Bestimme alle durch 8 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
4. Schließlich bildet Annika noch alle durch 3 teilbaren Zahlen. Bestimme diese Zahlen und ordne sie der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.

**Lösungsvorschlag:**

1. Da die Zahlen durch 4 teilbar sein sollen, muss die 2 auf jeden Fall an der Einerstelle der Zahlen stehen.

Es können die zweistelligen Zahlen 32, 52 und 72 gebildet werden. Alle drei Zahlen sind durch vier teilbar, daran ändert sich durch das Voranstellen von weiteren Ziffern nichts.

Es können die dreistelligen Zahlen 532, 732, 352, 752, 372 und 572 gebildet werden.

Es können die vierstelligen Zahlen 7532, 5732, 7352, 3752, 5372 und 3572 aus den dreistelligen Zahlen gebildet werden, indem man jeweils fehlende Ziffer an die Tausenderstelle setzt.

Zusammenfassend noch einmal alle Lösungszahlen: 32, 52, 72, 352, 372, 532, 572, 732, 752, 3572, 3752, 5372, 5732,7352, 7532.

1. Die Zahlen aus a) sind durch 4 teilbar und damit gerade. Andere gerade Zahlen kann man aus den Ziffern 2, 3, 5 und 7 nicht bilden. Für die Teilbarkeit durch 6 ist außerdem eine durch 3 teilbare Quersumme erforderlich. Nur die Zahlen 72, 372, 732 erfüllen diese Bedingung.
2. Von den im Teil a) ermittelten Zahlen sind nur die folgenden auch durch 8 teilbar: 32, 72, 352, 752, 3752 und 7352.
3. Die Ziffern 2, 3, 5 und 7 haben zusammen die Summe 17 und können keine vierstellige, durch 3 teilbare Zahl ergeben.

Es gibt 4 Möglichkeiten, drei Ziffern aus den vier gegebenen Ziffern auszuwählen. In der Übersicht wurden jeweils die Quersummen gebildet und, wenn diese durch 3 teilbar ist, auch die Lösungszahlen angegeben:

2, 3, 5 – Quersumme 10: keine Lösungszahl

2, 3, 7 – Quersumme 12: 237, 327, 327, 372, 723, 732

2, 5, 7 – Quersumme 14: keine Lösungszahl

3, 5, 7 – Quersumme 15: 357, 537, 537, 573, 735, 753

Es gibt sechs Möglichkeiten, zwei Ziffern aus den vier gegebenen Ziffern auszuwählen. In der folgenden Übersicht wurden jeweils die Quersummen gebildet und, wenn diese durch 3 teilbar ist, auch die Lösungszahlen angegeben:

2, 3 – Quersumme 5: keine Lösungszahlen

2, 5 – Quersumme 7: keine Lösungszahlen

2, 7 – Quersumme 9: 27, 72

3, 5 – Quersumme 8: keine Lösungszahlen

3, 7 – Quersumme 10: keine Lösungszahlen

5, 7 – Quersumme 12: 57, 75

Schließlich gibt es noch die 3 selbst.

Zusammenfassend noch einmal alle Lösungszahlen:

3, 27, 57, 72, 75, 237, 327, 357, 372, 375, 537, 573, 723, 732, 735, 753.

**Aufgabe 2 (Olympiadeaufgabe 450612)**

Birka hat vier Karten mit den Ziffern 6, 7, 8 und 9. Sie möchte daraus dreistellige und vierstellige Zahlen bilden. Jede Karte kann nur einmal verwendet werden.

1. Bestimme, wie viele solcher Zahlen sie insgesamt bilden kann. Gib die Anzahl der vierstelligen Zahlen an.
2. Gib von den dreistelligen Zahlen alle an, die sowohl durch 3 und als auch durch 4 teilbar sind.
3. Gib unter den vierstelligen Zahlen die kleinste und die größte durch 8 teilbare Zahl an.

**Lösungsvorschlag:**

1. Bildung der dreistelligen Zahlen: Für die Hunderterstelle gibt es vier verschiedene Ziffern zur Auswahl, für die Zehnerstelle dann jeweils noch drei und für die Einerstelle jeweils noch drei und für die Einerstelle jeweils noch , zwei. Das ergibt (4·3·2 =) 24 verschiedene dreistellige Zahlen.

Bildung der vierstelligen Zahlen: Für die Tausenderstelle gibt es vier verschiedene Ziffern zur Auswahl, für die Hunderterstelle dann noch drei, für die Zehnerstelle noch zwei und für die Einerstelle noch eine. Das ergibt (4·3·2·1=) 24 verschiedene vierstellige Zahlen.

Insgesamt kann Birka also (24 + 24 =) 48 verschiedene Zahlen legen.

1. Wenn eine Zahl durch 3 teilbar sein soll, dann muss ihre Quersumme durch 3 teilbar sein. Wenn aus den vier Ziffern 6, 7, 8 und 9 dreistellige Zahlen gebildet werden sollen, gibt es vier Möglichkeiten, diese 3 Ziffern auszuwählen: 6, 7, 8 oder 6, 7, 9 oder 6, 8, 9 oder 7, 8, 9. Die zugehörigen Quersummen lauten Q(6, 7, 8) = 21, Q(6, 7, 9) = 22, Q(6, 8, 9) = 23 und Q(7, 8, 9) = 24. Damit können die dreistelligen Zahlen nur aus den Ziffern 6, 7, 8 oder 7, 8, 9 bestehen.

Wenn eine Zahl durch 4 teilbar sein soll, dann muss die Zahl die aus den letzten beiden Ziffern gebildet wird durch 4 teilbar sein. Das sind die Zahlen 68, 76 und 96.

Damit ergeben sich als Zahlen die durch 3 und durch 4 teilbar sind:

876 und 768.

1. Wenn eine Zahl durch 8 teilbar sein soll, dann muss die Zahl, die aus den letzten drei Ziffern gebildet wird, durch 8 teilbar sein.

Von den 24 möglichen Zahlen, die aus den vier Ziffern gebildet werden können, fallen alle die weg, die auf 7 oder 9 enden. Damit bleiben noch 12 Zahlen übrig:

6798, 6978,7698, 7896,7968,7986,8796,8976,9678, 9768, 9786, 9876.

Wenn man diese jeweils durch 8 teilt, stellt man fest, dass nur 7896, 7968, 8976 und 9768 durch 8 teilbar sind. Die kleinste Zahl davon ist 7896 und die größte ist 9768.

**Aufgabe 3 (Olympiadeaufgabe 470613)**

Bestimme die Anzahl der fünfstelligen Zahlen, die die beiden folgenden Bedingungen erfüllt:

1. Die gesuchten Zahlen sind durch 12 teilbar.
2. Jede der gesuchten Zahlen wird aus fünf aufeinander folgenden Ziffern der Folgen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gebildet, wobei die Ziffern aber in einer beliebigen Reihenfolge verwendet werden dürfen.

**Lösungsvorschlag:**

Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist. Folgende Gruppen von Ziffern kommen zunächst in Frage:

(1, 2, 3, 4, 5); (2, 3, 4, 5, 6); (3, 4, 5, 6, 7) und (4, 5, 6, 7, 8, 9).

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme ein Vielfaches von 3 ist. Diese Bedingung erfüllen nur die Zifferngruppen (1,2, 3, 4, 5) – Quersumme 15 – und (4, 5, 6, 7, 8) – Quersumme 30.

Die Teilbarkeit durch 12 trifft für alle Zahlen zu, die aus Ziffern der ersten Gruppe gebildet wurden und die auf 12, 32, 52 oder 24 enden.

Ferner trifft dies für alle Zahlen zu, die aus der zweiten Gruppe gebildet wurden und die auf 64, 84, 56, 76, 48, oder 68 enden

Folglich gibt es insgesamt (4 + 6 =) 10 Endziffernpaare, die diese Bedingung erfüllen.

Die drei Ziffern, die vor diesen beiden Endziffern stehen, kann man jeweils auf (3·2·1)= 6 verschiedene Weisen anordnen.

Folglich gibt es insgesamt (10·6) = 60 fünfstellige Zahlen, die beide Bedingungen erfüllen.

**Aufgabe 4 (Olympiadeaufgabe 350621)**

Anton besucht einen Jahrmarkt. An einem Karussell sieht er viele bunte Lampen blinken; auf den ersten Blick erscheint ihm das ganz unregelmäßig. Aber der Inhaber des Karussells erklärt ihm: „Vom Einschalten an gerechnet blinken die blauen Lampen alle 2 Sekunden, die roten alle 3 Sekunden und die grünen alle 5 Sekunden.“

1. Bestimme, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen mindestens zwei Farben gleichzeitig blinken. Welche Farben sind das?
2. Ermittle, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle drei Farben gleichzeitig blinken.
3. Bestimme, wann zum ersten Mal, nachdem mindestens 60 Sekunden seit dem gleichzeitigen Einschalten aller Lampen vergangen sind, genau zwei Farben (das heißt zwei Farben, aber nicht drei) gleichzeitig blinken.
4. Zusätzlich werden noch gelbe Lampen angebracht, die vom Einschalten an gerechnet alle 7 Sekunden blinken. Ermittle, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle vier Farben gleichzeitig blinken.
5. Gib bis einschließlich 4 Minuten nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle Zeitpunkte an, in denen genau drei Farben gleichzeitig blinken.

**Lösungsvorschlag:**

Die Zeit bis zum Blinken einer Farbe ist stets ein Vielfaches der für diese Farbe angegebenen Sekundenzahl. Die Zeit bis zum gleichzeitigen Blinken mehrerer Farben ist folglich stets ein gemeinsames Vielfaches der betreffenden Sekundenzahlen, die Zeit bis zum erstmaligen gleichzeiteigen Blinken also das betreffende kleinste gemeinsame Vielfache. Damit ergeben sich folgende Antworten:

1. Da von den drei Werten kgV (2; 3) = 6, kgV (2, 5) = 10, kgV(3; 5) = 15 die 6 der kleinste ist, blinken zum ersten Mal 6 Sekunden nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle drei Farben gleichzeitig. Es sind die Farben blau und rot.
2. Wegen kgV(2; 3; 5) = 30 blinken zum ersten Mal 30 Sekunden nach Einschalten aller Lampen alle drei Farben gleichzeitig.
3. Alle gemeinsamen Vielfachen von 2 und 3 sind dasselbe wie alle Vielfachen von kgV(2; 3) = 6. Diejenigen von ihnen, die nicht auch Vielfache von 30 sind, geben die Zeiten des gleichzeitigen Blinkens genau der beiden Farben blau und rot an. Entsprechend hat man für blau und grün die Vielfachen von 10 sowie für rot und grün die Vielfachen von 15, die jeweils nicht auch Vielfache von 30 sind. Unter allen diesen Zahlen, betrachtet von der Zahl 60 an, ist 66 die kleinste. Also ist 66 Sekunden nach dem Einschalten der in (b) gesuchte Zeitpunkt. (Man kann auch c) auf b) zurückführen, da die Abfolge des Blinkens sich alle 30 Sekunden wiederholt.)
4. Wegen kgV(2; 3; 5; 7) = 210 blinken zum ersten Mal 210 Sekunden nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle vier Farben gleichzeitig.
5. Mit entsprechender Begründung wie in c) sind die in d) gesuchten Zeitpunkte alle diejenigen Sekundenzahlen größer als 0 bis einschließlich 4 · 60 = 240, die Vielfache von kgV(2; 3; 5) = 30, von kgV(2; 3; 7) = 42 und von kgV(2; 5; 7) = 70 oder von kgV(3; 5; 7) = 105 sind, aber nicht auch Vielfache von 210. Das sind die Sekundenzahlen 30, 42, 60, 70, 84, 90, 105,120, 126, 140, 150, 168 180, 240.

**Aufgabe 5 (Olympiadeaufgabe 500612)**

Jede natürliche Zahl hat eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren. Zum Beispiel ist 36 = 2·2·3·3 = 22·32 oder 1230 = 2·3·5·41. Wir nennen in dieser Aufgabe die Anzahl der Primfaktoren einer Zahl ihre Primlänge. Die beiden Zahlen 36 und 1230 haben also beide die Primlänge 4.

a) Ermittle, welche Primlänge zweistellige Zahlen höchstens haben können.

b) Gib alle zweistelligen Zahlen an, die diese größtmögliche Primlänge aufweisen.

c) Gib alle zweistelligen Zahlen mit Primlänge 5 an.

d) Finde die größte Primlänge für dreistellige Zahlen.

e) Gib alle dreistelligen Zahlen an, die diese größte Primlänge aufweisen.

**Lösungsvorschlag:**

1. Wenn man bei Zahlen mit begrenzter Ziffernzahl möglichst viele Primfaktoren haben möchte, so müssen die Primfaktoren möglichst klein sein. Die kleinste Primzahl ist 2, also haben die Zweierpotenzen unter allen Zahlen mit gleicher Ziffernzahl die größte Primlänge. Die größte Zweierpotenz unterhalb von 100 ist die Zahl 64 (64 = 26), die eine Primlänge von 6 hat. Also können zweistellige Zahlen höchstens die Primlänge 6 aufweisen.
2. Neben 64 ist die 96 die einzige andere Zahl unterhalb von 100 mit der Primlänge 6 (denn 96 = 2·2·2·2·2·3). Ersetzt man einen der sechs Faktoren durch eine größere Primzahl als 3 (die nächstgrößere Primzahl ist 5), so ergibt sich bereits eine Zahl über 100, ebenso wenn man zwei Faktoren durch Primzahlen größer als 2 ersetzt (denn 2·2·2·2·2·5 = 160 und 2·2·2·2·3·3 = 144).
3. Es sind die Zahlen 32 (25), 48 (= 24·3), 80 (= 24·5) und 72 (= 23·32). Wenn man bei den letzten Zahlen eine der Zweien durch eine Drei ersetzt, ist die entstehende Zahl größer als 100.
4. Da die Zahl 512 (=29) die größte Zweierpotenz unterhalb der 1000 ist, haben alle dreistelligen Zahlen höchstens die Primlänge 9.
5. Auch hier gibt es wieder nur zwei Zahlen, nämlich die 512 und die 768 (=28·3), denn die Zahlen 1152 (= 27·3·3) und 1280 (= 28·5) sind bereits größer als 1000.

**Aufgabe 6 (Olympiadeaufgabe 410631)**

Es ist Familienfest bei der Großfamilie von *Schmidt-Treuenfels*. Das Familienoberhaupt blickt in die Runde und stellt zunächst fest, dass zwischen dem Säuglingsalter von 1 Jahr und dem hohen Alter der Urgroßmütter recht viele Alterswerte vorkommen. Dann bittet er die Anwesenden – Säuglinge bis Urgroßmütter – sich in Dreiergruppen zusammen zu finden.

In jeder Dreiergruppe soll jetzt das Produkt der drei Alterswerte gebildet werden. Mehr als eine Dreiergruppe stellt fest, dass das Produkt ihrer Alterswerte die Zahl 1305 ergibt. (Das ist wichtig, denn die Familie *Schmidt-Treuenfels* ist bis zum Jahr 1305 zurückzuverfolgen.)

1. Bestimme, wie viele derartige Dreiergruppen mit jeweils unterschiedlichen Alterswerten es realistisch geben kann.
2. Ermittle, vor wie vielen Jahren die jeweils älteste Person in jeder möglichen Dreiergruppe geboren wurde.

**Lösungsvorschlag**

a) Da die Primfaktorzerlegung von 1305 = 32·5·29 ist, kann die Zahl 1305 nur auf

folgende Weisen als Produkt dreier Zahlen geschrieben werden:

1305 = 1·1·1305 = 1·3·435 = 1·5·261 = 1·9·145 = 3·3·145 = 1·15·87 = 1·29·45 =

3·5·87 = 3·9·29.

Auch bei *Schmidt-Treuenfels* wird es keine weit über Hundertjährigen geben. So

bleiben also nur die fünf Dreiergruppen übrig: (1; 15; 87), (1; 29; 45), (3; 5; 87), (3;

15; 29) und (5; 9; 29).

Also: Es gibt fünf verschiedene solche Dreiergruppen.

b) vor 87 Jahren (1; 15; 87) und (3; 5; 87)

vor 45 Jahren (1; 29; 45)

vor 29 Jahren (3; 15; 29) und (5; 9; 29)

**Aufgabe 7 (Olympiadeaufgaben 460531)**

Ein kleines Känguru, ein mittelgroßes Känguru und ein großes Känguru springen mit- und nebeneinander durch die australische Steppe. Die drei Tiere haben also die gleiche Geschwindigkeit. Aber: Das kleine Känguru legt mit einem Sprung 7 Fuß zurück, das mittlere 11 Fuß und das große 16 Fuß. An einem gewissen Punkt ihrer Strecke sind sie im Takt, das heißt, sie beginnen den neuen Sprung gleichzeitig.

Bestimme, wie weit es bis zum nächsten Punkt ist, wo sie wieder im Takt springen.

Berechne, wie viele Sprünge die Tiere bis dahin jeweils gemacht haben.

Die Strecke bis zum Wasserloch ist 6160 Fuß lang. Jedes Mal, wenn das kleine Känguru mit dem mittleren im Takt springt, macht es einen hohen Ton. Jedes Mal, wenn das mittlere Känguru mit dem großen im Takt springt, macht es einen mittelhohen Ton. Jedes Mal, wenn das große Känguru mit dem kleinen im Takt springt, macht es einen tiefen Ton.

Ermittle, wie viele Töne man über die gesamte Strecke gehört hat, wenn die Kängurus am Wasserloch angekommen sind.

**Lösungsvorschlag:**

Da die Sprungweiten und wegen der gleichen Geschwindigkeit auch die Sprungzeiten der drei Kängurus untereinander teilerfremd sind, ergibt sich das erste gemeinsame Vielfache der drei Zahlen aus dem Produkt der Zahlen 7·11·16 = 1232. Sie sind also nach 1232 Fuß wieder im Takt.

Das kleine Känguru muss für 1232 Fuß genau (1232: 7 =) 176 Sprünge machen. Das mittlere Känguru muss für 1232 Fuß genau (1232: 11 =) 112 Sprünge machen. Das große Känguru muss für 1232 Fuß genau (1232: 16 =) 77 Sprünge machen.

Das kleine und das mittlere Känguru sind immer nach (7·11=) 77 Fuß wieder im Takt. Das geschieht bei der Weglänge von 6160 Fuß genau (6160: 77 =)80-mal.

Das mittlere und das große Känguru sind immer nach (11·16=) 176 Fuß wieder im Takt. Das geschieht bei der Weglänge von 6160 Fuß genau (6160: 176 =) 35-mal.

Das kleine und das große Känguru sind immer nach (7·16=) 112 Fuß wieder im Takt. Das geschieht bei der Weglänge von 6160 Fuß genau (6160: 112 =) 55-mal.

Wenn sie am Wasserloch angekommen sind, hat man (80 + 35 + 55 =) 170 Töne gehört.

**Aufgabe 8 (Olympiadeaufgabe 490724)**

Über drei positive ganze Zahlen a, b, c ist bekannt:

(1) Für das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen gilt: kgV(a; b; c) = 23·33·52

(2) Für den größten gemeinsamen Teiler dieser Zahlen gilt: ggT(a; b; c) = 90

(3) Es gilt 3a < b < c.

(4) Die Zahl b ist eine Quadratzahl.

Ermittle alle Zahlentripel (a; b; c), welche die Bedingungen (1) bis (4) erfüllen. Weise nach, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

**Lösungsvorschlag:**

Angenommen, es gibt positive ganze Zahlen a, b, c mit diesen Eigenschaften. Wegen (2) ist b durch (2·32·5 =) 90 teilbar. Wegen (4) müssen alle Primfaktoren von b in gerader Anzahl auftreten. Wegen (1) ist b Teiler von 23 ·33 ·52. Damit folgt:   
b = 22·32·52 = 900. (5)

Ein Tripel (a; b; c) ist nun genau dann Lösung der Aufgabe, wenn b = 900 gilt und wenn positive ganze Zahlen x, y existieren, für die gilt:

a = 90x, c = 90y (6)

kgV(x, 10, y) = 22·3·5 (7)

ggT(x, 10, y) = 1 (8)

3x < 10 < y (9)

Dabei folgen die Aussagen (7) bis (9) aus den Voraussetzungen (1) bis (3) bei der Division durch 90.

Es sei nun (x; y) ein Paar positiver ganzer Zahlen, das (7), (8) und (9) erfüllt. Wegen (9) folgt x ϵ {1,2,3}

Wenn x = 2 gilt, so muss y wegen (7) durch 22 teilbar sein. Dies widerspricht jedoch (8). Damit verbleibt x ϵ {1,3}.

Wir ermitteln nun zu diesem x systematisch alle Zahlen y (der Größe nach geordnet), welche (7), (8) und (9) erfüllen, und durch Multiplikation mit 90 alle Tripel (a; b; c) mit (1), (2), (3) und (4). Dabei gilt nach (7): Die Zahl y muss durch 22 teilbar sein; außerdem ist mindestens eine der Zahlen x und y durch 3 teilbar.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | (7) | (8) | (9) | a | b | C |
| 1 | 22·3 | ja | ja | Ja | 90 | 900 | 1080 |
| 1 | 22·3·5 | ja | ja | Ja | 90 | 900 | 5400 |
| 3 | 22 | ja | ja | nein | --- | --- | --- |
| 3 | 22·3 | ja | ja | Ja | 270 | 900 | 1080 |
| 3 | 22·5 | ja | ja | Ja | 270 | 900 | 1800 |
| 3 | 22·3·5 | ja | ja | Ja | 270 | 900 | 5400 |

Wegen des gewählten Vorgehens (systematisches Probieren) ist klar, dass die fünf gefundenen Tripel

(90; 900; 1080), (90; 900; 5400), (270; 900; 1080), (270; 900; 1800), (270; 900; 5400)

tatsächlich alle Lösungen sind.