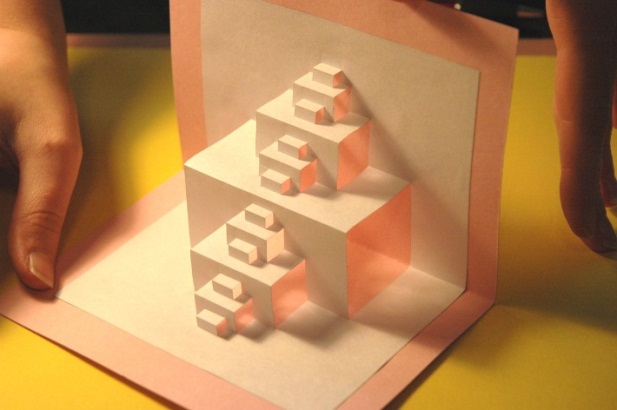
Mathematische Pop-Up-Karten



Unter Pop-Up-Karten versteht man Klappkarten, die beim Aufklappen ein räumliches Gebilde entfalten. Im Internet findet man unzählige Bastelanleitungen für solche Karten. Darunter sind auch solche, die mathematische Motive enthüllen. In dieser Einheit wird vorgeschlagen, Karten mit fraktalen Motiven zu gestalten. Neben der handwerklichen Betätigung kann man eine Reihe von mathematischen Tätigkeiten anschließen. Das beginnt bei der räumlichen Vorstellung, die insbesondere beim Knicken der Linien gefördert wird, und geht bis zu Mustererkennung, wenn darüber nachgedacht wird, aus welchen Teilen die Motive bestehen, wenn man immer feinere Strukturen herausarbeiten würde.

Die Schülerinnen und Schüler haben erfahrungsgemäß viel Freude beim Erstellen der Karten und fragen meistens nach weiteren Vorlagen, die sie zu Hause bearbeiten können.

Benötigte Materialien

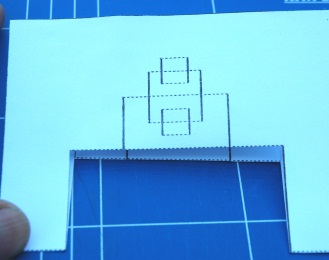
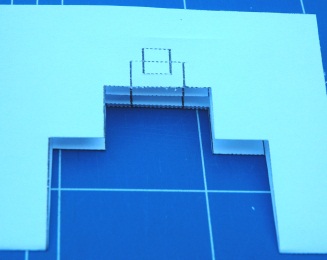
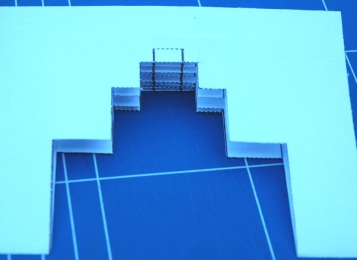
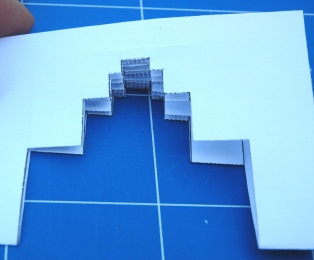
* Cuttermesser
* Lineal mit Stahlkante
* Schneidematte
* Klebestift
* Vorlagen für die Karteneinlagen (kopiert auf Papier)
* Zeichenkarton für die Karten
* Eventuell Buntstifte, wenn eine farbige Gestaltung gewünscht wird



In den Vorlagen gibt es durchgezogene und gestrichelte Linien. Entlang der durchgezogenen Linien muss mit einem scharfen Cuttermesser ein Schnitt gelegt werden. Die gestrichelten Linien sind Knicklinien. Es empfiehlt sich, diese Knicklinien leicht vorzuritzen. Das geht gut mit dem Rücken des Cuttermessers. Manche der Linien werden später nach innen, andere nach außen geknickt. Das Vorritzen sollte dann eigentlich immer auf der späteren Außenseite des Knicks erfolgen. Es reicht aber bei dünnem Papier, wenn ausschließlich auf der bedruckten Seite angeritzt wird.

Vorlagen finden sich in der Datei „<Fraktale_Pop-Up-Karten_Vorlagen.docx>“ usw. Insgesamt sind zur Zeit vier verschiedene Vorlagen verfügbar. Für Schülerinnen und Schüler, die nicht besonders geübt sind im Umgang mi Bastelmaterialien stehen die Vorlagen „Vorlagen 1 Generationen.pdf“ zur Verfügung.

Nach dem Schneiden und Ritzen wird die Figur gefaltet. Dabei empfiehlt es sich, stufenweise vorzugehen und nach jeder Stufe die Knicke fest anzudrücken.

Nach dem Knicken wird die Figur in eine Karte aus Zeichenkarton passend eingeklebt.

**Vorgehensweise in der Arbeitsgemeinschaft**

Zunächst werden den Schülerinnen und Schülern einige Pop-Up-Karten vorgeführt. Das weckt bei den meisten bereits den Wunsch, so etwas selber herzustellen.

Bevor das Material ausgeteilt wird, sollten Sicherheitshinweise zum Umgang mit dem Cuttermesser gegeben werden. Als weitere Erklärung ist wirklich nur notwendig, auf die beiden unterschiedlichen Arten von Linien hinzuweisen.

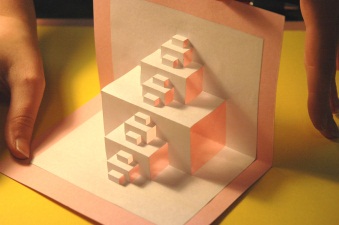
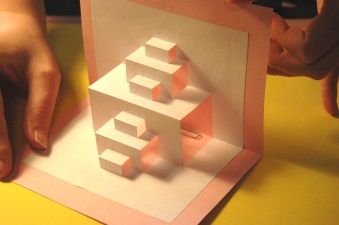
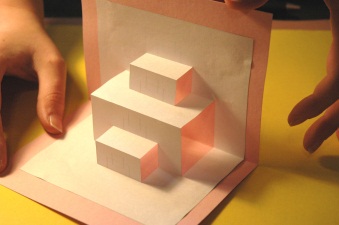
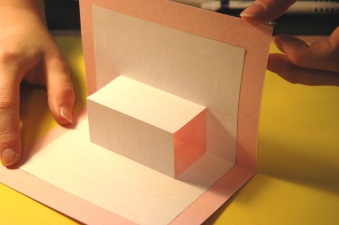
Das richtige Knicken macht den Schülerinnen und Schülern größere Schwierigkeiten. Insbesondere kommt es häufig vor, dass sie zunächst auf allen Stufen bis an den Rand knicken, so dass später in der Figur auf eigentlich glatten Teilen unschöne Knicke entstehen. Daher muss der Lehrer oder die Lehrerin beim Knicken helfen, bzw. die ersten Knicke vormachen. Da die Schülerinnen und Schüler unterschiedlich schnell mit den Vorarbeiten fertig werden, geschieht diese Hilfe am besten in kleinen Gruppen. Außerdem ist diese Hilfe im Plenum nur schlecht von allen zu sehen.

Das Einkleben in die Kartonkarte ist dann wieder problemlos.

Es kommt immer wieder vor, dass einzelne Schülerinnen und Schüler sich verschneiden. Daher sollten genügend viele Vorlagen in Reserve gehalten werden.

**Mögliche Fortführung**

Man kann nun darauf hinweisen, dass die Figur in mehreren Stufen (Generationen) entsteht. Dabei bieten vorbereitete Karten, die die einzelnen Entstehungsstufen zeigen, eine Hilfe. Dafür stehen die Vorlagen in der Datei „<Vorlagen_1_Generationen.docx>“ zur Verfügung.



An den Figuren kann direkt gezählt werden:

* Wie viele Stufen gibt es in den einzelnen Generationen?
* Wie viele Stufen sind von Generation zu Generation hinzugekommen?
* Wie viele Schnitte sind bei jeder Generation erforderlich?
* Wie viele Knicklinien sind bei jeder Generation erforderlich?
* Wie sehen die Zahlen bei der 10. Generation aus, wie bei der 100.?

Durch Rechnung können weitere Fragen betrachtet werden, die insbesondere die leistungsstärksten Schülerinnen und Schüler herausfordern:

* Wie groß ist die Papierfläche, die auf die Karte geklebt wird, in jeder Generation?
* Wie groß ist das Volumen unter der Treppe in jeder Generation?

**Literatur**

Zu den fraktalen Pop-Up-Karten gibt es ein sehr schönes Anleitungsheft:

Uribe, Diego, Fractal Cuts, Exploring the magic of fractals with pop-up designs, Tarquin Publications, ISBN 0-906212-88-X. Mit etwas Glück kann man das Buch noch antiquarisch erwerben.

Im Internet findet man Anleitungen, die wahrscheinlich zum großen Teil auf das Buch von Uribe zurückgehen. Hier ist eine kleine Auswahl.

http://webs.wichita.edu/facsme/cbl/geometry/fcl.pdf

http://classes.yale.edu/fractals/Labs/PaperFoldingLab/PFLProcedure.htm

http://www.instructables.com/id/Fractal-popup-Christmas-card/