**Aufgabe 1 (Olympiadeaufgabe 490621)**

Annika hat vier Karten, auf denen jeweils eine Primzahlen 2, 3, 5 und 7 steht. Sie will mit diesen Karten Zahlen bilden und dabei eine oder mehrere Karten benutzen. In einer zu bildenden Zahl darf keine Karte mehrfach benutzt werden.

1. Bestimme alle durch 4 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
2. Bestimme alle durch 6 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
3. Bestimme alle durch 8 teilbaren Zahlen, die Annika bilden kann. Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.
4. Schließlich bildet Annika noch alle durch 3 teilbaren Zahlen. Bestimme diese Zahlen und ordne sie der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.

**Aufgabe 2 (Olympiadeaufgabe 450612)**

Birka hat vier Karten mit den Ziffern 6, 7, 8 und 9. Sie möchte daraus dreistellige und vierstellige Zahlen bilden. Jede Karte kann nur einmal verwendet werden.

1. Bestimme, wie viele solcher Zahlen sie insgesamt bilden kann. Gib die Anzahl der vierstelligen Zahlen an.
2. Gib von den dreistelligen Zahlen alle an, die sowohl durch 3 und als auch durch 4 teilbar sind.
3. Gib unter den vierstelligen Zahlen die kleinste und die größte durch 8 teilbare Zahl an.

**Aufgabe 3 (Olympiadeaufgabe 470613)**

1. Bestimme die Anzahl der fünfstelligen Zahlen, die die beiden folgenden Bedingungen erfüllt: n sind durch 12 teilbar.
2. Jede der gesuchten Zahlen wird aus fünf aufeinander folgenden Ziffern der Folgen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gebildet, wobei die Ziffern aber in einer beliebigen Reihenfolge verwendet werden dürfen.

**Aufgabe 4 (Olympiadeaufgabe 350621)**

Anton besucht einen Jahrmarkt. An einem Karussell sieht er viele bunte Lampen blinken; auf den ersten Blick erscheint ihm das ganz unregelmäßig. Aber der Inhaber des Karussells erklärt ihm: „Vom Einschalten an gerechnet blinken die blauen Lampen alle 2 Sekunden, die roten alle 3 Sekunden und die grünen alle 5 Sekunden.

1. Bestimme, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen mindestens zwei Farben gleichzeitig blinken. Welche Farben sind das?
2. Ermittle, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle drei Farben gleichzeitig blinken.
3. Bestimme, wann zum ersten Mal, nachdem mindestens 60 Sekunden seit dem gleichzeitigen Einschalten aller Lampen vergangen sind, genau zwei Farben (das heißt zwei Farben, aber nicht drei) gleichzeitig blinken.
4. Zusätzlich werden noch gelbe Lampen angebracht, die vom Einschalten an gerechnet alle 7 Sekunden blinken. Ermittle, wann zum ersten Mal nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle vier Farben gleichzeitig blinken.
5. Gib alle bis einschließlich 4 Minuten nach gleichzeitigem Einschalten aller Lampen alle Zeitpunkte an, in denen genau drei Farben gleichzeitig blinken.

**Aufgabe 5 (Olympiadeaufgabe 500612)**

Jede natürliche Zahl hat eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren. Zum Beispiel ist 36 = 2·2·3·3 = 22·32 oder 1230 = 2·3·5·41. Wir nennen in dieser Aufgabe die Anzahl der Primfaktoren einer Zahl ihre Primlänge. Die beiden Zahlen 36 und 1230 haben also beide die Primlänge 4.

a) Ermittle, welche Primlänge zweistellige Zahlen höchstens haben können.

b) Gib alle zweistelligen Zahlen an, die diese größtmögliche Primlänge aufweisen.

c) Gib alle zweistelligen Zahlen mit Primlänge 5 an.

d) Finde die größte Primlänge für dreistellige Zahlen.

e) Gib alle dreistelligen Zahlen an, die diese größte Primlänge aufweisen.

**Aufgabe 6 (Olympiadeaufgabe 410631)**

Es ist Familienfest bei der Großfamilie von *Schmidt-Treuenfels*. Das Familienoberhaupt blickt in die Runde und stellt zunächst fest, dass zwischen dem Säuglingsalter von 1 Jahr und dem hohen Alter der Urgroßmütter recht viele Alterswerte vorkommen. Dann bittet er die Anwesenden – Säuglinge bis Urgroßmütter – sich in Dreiergruppen zusammen zu finden.

In jeder Dreiergruppe soll jetzt das Produkt der drei Alterswerte gebildet werden. Mehr als eine Dreiergruppe stellt fest, dass das Produkt ihrer Alterswerte die Zahl 1305 ergibt. (Das ist wichtig, denn die Familie *Schmidt-Treuenfels* ist bis zum Jahr 1305 zurückzuverfolgen.)

1. Bestimme, wie viele derartige Dreiergruppen mit jeweils unterschiedlichen Alterswerten es realistisch geben kann.
2. Ermittle, vor wie viel Jahren die jeweils älteste Person in jeder möglichen Dreiergruppe geboren wurde.

**Aufgabe 7 (Olympiadeaufgabe 460531)**

Ein kleines Känguru, ein mittelgroßes Känguru und ein großes Känguru springen mit- und nebeneinander durch die australische Steppe. Die drei Tiere haben also die gleiche Geschwindigkeit. Aber: Das kleine Känguru legt mit einem Sprung 7 Fuß zurück, das mittlere 11 Fuß und das große 16 Fuß. An einem gewissen Punkt ihrer Strecke sind sie im Takt, das heißt, sie beginnen den neuen Sprung gleichzeitig.

Bestimme, wie weit es bis zum nächsten Punkt ist, wo sie wieder im Takt springen.

Berechne, wie viele Sprünge die Tiere bis dahin jeweils gemacht haben.

Die Strecke bis zum Wasserloch ist 6160 Fuß lang. Jedes Mal, wenn dass kleine Känguru mit dem mittleren im Takt springt, macht es einen hohen Ton. Jedes Mal, wenn das mittlere Känguru mit dem großen im Takt springt, macht es einen mittelhohen Ton. Jedes Mal, wenn das große Känguru mit dem kleinen im Takt springt, macht es einen tiefen Ton.

Ermittle, wie viele Töne man über die gesamte Strecke gehört hat, wenn die Kängurus am Wasserloch angekommen sind.

**Aufgabe 8 (Olympiadeaufgabe 490724)**

Über drei positive ganze Zahlen a, b, c ist bekannt:

(1) Für das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen gilt: kgV(a; b; c) = 23·33·52.

(2) Für den größten gemeinsamen Teiler dieser Zahlen gilt: ggT(a; b; c) = 90.

(3) Es gilt 3a < b < c.

(4) Die Zahl b ist eine Quadratzahl.

Ermittle alle Zahlentripel (a; b; c), welche die Bedingungen (1) bis (4) erfüllen. Weise nach, dass es keine weiteren Lösungen gibt.